

УДК 630.383

МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ВЫНУЖДЕННЫХ КОЛЕБАНИЙ
УПРАВЛЯЕМЫХ КОЛЕС ЛЕСОВОЗНЫХ АВТОМОБИЛЕЙ
В ВЕРТИКАЛЬНОМ НАПРАВЛЕНИИ

К. А. Яковлев (ВГЛТА)

При движении автомобилей по дороге с усовершенствованным покрытием могут возникать от случайных единичных возмущений автоколебания управляемых колес, а также вынужденные колебания колес, вызванные их дисбалансом. Эти колебания снижают комфортабельность езды, уменьшают пробег шин и долговечность деталей рулевого управления и подвески, а в некоторых случаях могут привести даже к потере управляемости автомобиля [1].

Борьба с этим вредным явлением является актуальной задачей. Изучение литературных и патентных источников показывает, что колебания управляемых колес имеют сложный характер, зависящий от многих факторов (от величины и разновидности дисбаланса колес, от скорости движения, от масс и моментов инерции колес, от жесткости и сопротивления рессор, от кинематической схемы подвески и рулевого управления, от характеристик шин и т. п.).

До сих пор нет научно-обоснованного подхода к определению допуска на величину дисбаланса по типоразмерам шин. Также нет единого мнения относительно влияния дисбаланса на износ шин.

При эксплуатации автомобилей часто бывает трудно различать автоколебания управляющих колес от их вынужденных колебаний, вызванных дисбалансом колес. Запись колебаний на осциллограмму при различных скоростях движения позволяет решить этот вопрос однозначно, так как частота автоколебаний практически от скорости движения не зависит, а частота колебания, обусловленных дисбалансом колес, строго совпадает со скоростью вращения колес, т.е. линейно зависит от скорости движения.

Причина возникновения процесса автоколебаний управляемых колес кроется во внутренних свойствах самой колебательной системы.

Автоколебания могут возбуждаться либо единичным возмущением от неровности дороги, либо наличием вынужденных колебаний, связанных с дисбалансом колес, с периодическими неровностями, с отклонениями от нормальной геометрической формы колес и т. п., однако эти факторы являются второстепенными при рассмотрении автоколебательного процесса движения, так как

этот вид колебаний может продолжаться сколь угодно долго, даже после устранения источника возмущения, вызвавшего автоколебания.

Вместе с тем, отдельные вопросы, связанные с появлением вынужденных колебаний управляемых колес от их дисбаланса, могут с достаточным для инженерной практики приближением решаться на упрощенной математической модели, получаемой путем гармонической линеаризации основного уравнения движения системы, а также путей пренебрежения связями между колебаниями по отдельным обобщенным координатам, ослабленными в отдельных диапазонах скоростей движения автомобиля вследствие существенного отличия частот колебания.

Так, квазирезонансные колебания управляемых колес вокруг осей шкворней наблюдаются при одной скорости, а квазирезонансные колебания колес или неразрезного моста в поперечной плоскости – при другой. Влияние названных режимов движения друг на друга пренебрежительно мало, и они могут рассматриваться независимо друг от друга.

В этой статье мы рассмотрим только квазирезонансные колебания управляемых колес вокруг осей шкворней. Естественно, что выводы, полученные из рассмотрения упрощенных математических моделей колебаний управляемых колес вокруг осей шкворней, количественно справедливы только для областей квазирезонансных колебаний и сохраняют лишь качественное соответствие физическому объекту при других режимах движения.

С увеличением скорости движения всё большее влияние на работу лесотранспортных машин оказывают дисбаланс колес и шин, а также других вращающихся частей. Дисбаланс вызывает вибрацию, повышенную шумность и неприятные ощущения при езде. В отдельных случаях колебания колес могут быть более интенсивны и приводят не только к повышенному износу шин, узлов подвески, рулевого управления, но и к повреждениям лесовозного автопоезда.

Статическая и динамическая несбалансированность колес в совокупности с радиальным и торцевым биениями являются постоянными источниками вынужденных вертикальных колебаний колес на подвеске и горизонтальных колебаний управляемых колес вокруг осей шкворней с частотой вращения колес.

Причём, статистической неуравновешенностью считается такая, при которой главная центральная ось инерций колеса параллельна оси вращения, но не совпадает с ней. В этом случае колесо можно полностью уравновесить всего одной массой противовеса в плоскости, перпендикулярной оси вращения и прохо-

дящей через его центр тяжести. Однако, практически это никогда не выполняется.

Динамическим дисбалансом колеса принято считать такой, при котором ось вращения колеса пересекается в центре его тяжести с главной центральной осью инерции под некоторым углом. Величина этого угла характеризует динамический дисбаланс количественно. Чаще все же, величину динамического дисбаланса оценивают центробежным моментом двух неуравновешенных масс, расположенных на колесе с разных его сторон в диаметрально противоположных точках. Такое представление динамической неуравновешенности более наглядно. Мерилом эквивалентности обоих представлений динамического дисбаланса является равенство в обоих случаях центробежных моментов сил инерции неуравновешенных масс, возникающих при вращении колеса.

Обычно наблюдается комбинированная неуравновешенность колес, включающая как статистический, так и динамический дисбаланс. Вопрос о необходимости балансирования колес очень сложен и должен решаться для каждой модели в отдельности. Но даже при тщательной балансировке колес, всегда наблюдается остаточный дисбаланс. Допустимые значения остаточного дисбаланса колес тоже должны определяться дифференцированно по типу автопоездов [2].

В процессе качения колеса приведенная неуравновешенная масса m создает центробежную силу $F_{цб}$, величина которой растет пропорционально квадрату скорости вращения

$$F_{цб} = m\omega^2 R = m \frac{V^2}{R}, \quad (1)$$

где ω – угловая скорость вращения колеса; R – радиус качения колеса, к которому приведена неуравновешенная масса колеса m ; V – скорость движения автомобиля.

При вращении колеса непрерывно изменяется (по отношению к корпусу автомобиля) положение неуравновешенной массы и направление действия её центробежной силы инерции. Центробежная сила то прижимает колесо к дороге, то через пол оборота колеса стремится его от опорной поверхности оторвать.

Силу $F_{цб}$ обычно раскладывают на две составляющие

$$F_{цб} = \bar{F}^B + \bar{F}^Г, \quad (2)$$

где \bar{F}^B – вертикальная составляющая; \bar{F}^Γ – горизонтальная составляющая, причем

$$F^B = F_{\text{цб}} \cdot \sin \omega t; \quad (3)$$

$$F^\Gamma = F_{\text{цб}} \cdot \cos \omega t. \quad (4)$$

Видим, что F^B и F^Γ имеют гармонический характер. Каждая из них способна вызывать вынужденные колебания колеса либо в вертикальной, либо в горизонтальной плоскостях.

Составим математическую модель колебательной системы колеса на направляющем устройстве независимой двухрычажной подвески.

Малые вынужденные колебания колеса в этом случае можно описать неоднородным дифференциальным уравнением 2-го порядка

$$m_k \ddot{z} + h_a \dot{z} + c_n z = F_{\text{цб}} \sin \omega t, \quad (5)$$

где m_k – неподрессоренная масса колеса; z – вертикальное перемещение колеса от положения статического равновесия; h_a – коэффициент линейного сопротивления амортизатора; c_n – жесткость подвески колеса.

Преобразуем уравнение (5) с учетом (1)

$$\ddot{z} + \frac{h_a}{m_k} \dot{z} + \frac{c_n}{m_k} z = \frac{mV^2}{m_k R} \sin \omega t. \quad (6)$$

Обозначим $\frac{h_a}{m_k} = 2n$; $\frac{c_n}{m_k} = k^2$; $\frac{mV^2}{m_k R} = H$.

Тогда получим

$$\ddot{z} + 2n \dot{z} + k^2 z = H \sin \omega t. \quad (7)$$

Общее решение неоднородного дифференциального уравнения (7) найдем как сумму общего решения усеченного уравнения (без правой части) и частного решения с правой частью.

После необходимых преобразований получим общий интеграл уравнения (7):

$$z = e^{-nt} \left(z_0 \cos kt + \frac{\dot{z}_0 + nz_0}{k} \sin kt \right) + A e^{-nt} \left(\sin \varepsilon \cos kt + \frac{n \sin \varepsilon - \omega \cos \varepsilon}{k} \sin kt \right) + A \sin(\omega t - \varepsilon), \quad (8)$$

где e – основание натуральных логарифмов; z_0 – начальное перемещение колеса на подвеске (в момент времени $t = 0$); \dot{z}_0 – начальная вертикальная скорость колеса (в момент времени $t = 0$); A – амплитуда вынужденных колебаний; ε – угол сдвига фазы колебания по сравнению с фазой возмущаемой силы; z_0 и \dot{z}_0 легко находятся из начальных условий движения.

Первые два слагаемых выражения (8) соответствуют свободным и свободным сопровождающим колебаниям. Так как они с течением времени сравнительно быстро затухают, не будем их рассматривать в дальнейшем.

После затухания свободных и свободных сопровождающих колебаний система будет совершать колебания, часто вынужденные согласно выражению:

$$z = A \sin(\omega t - \varepsilon), \quad (9)$$

где

$$A = \frac{H}{\sqrt{(k^2 - \omega^2)^2 + 4n^2 \omega^2}}, \quad (10)$$

ε можно подсчитать по формуле

$$\operatorname{tg} \varepsilon = \frac{2n\omega}{k^2 - \omega^2}. \quad (11)$$

Выражения (10) и (11) дают возможность рассчитать вынужденные колебания колес на независимой двух рычажной подвеске в вертикальном направлении для любых моделей автомобилей. Однако предварительно необходимо для каждой из моделей автомобиля определить исходные данные для расчетов. Часть данных может быть определена по паспорту автомобиля, а такие данные,

как h_a и c_n , надо находить экспериментальным путем. Для этого обычно конструируются приспособления, позволяющие имитировать дорожные условия работы испытываемых узлов.

Библиографический список

1 Вахламов, В. К. Автомобили. Эксплуатационные свойства [Текст] : учебник для вузов по специальности "Автомобили и автомобильное хозяйство" и направлению "Эксплуатация наземного транспорта и транспортного оборудования" / В. К. Вахламов. – М. : Академия, 2012. – 240 с.

2 Скрыпников, А. В. Повышение надежности технического состояния парка подвижного состава, специализирующегося на перевозке лесных грузов [Текст] : монография / А. В. Скрыпников, Е. В. Кондрашова, К. А. Яковлев ФГБОУ ВПО «ВГЛТА». – Москва : «Флинта», 2012. – 152 с.