

УДК 539. 3/6

РАСЧЕТ НАПРЯЖЕННО-ДЕФОРМИРОВАННОГО СОСТОЯНИЯ  
ИЗОТРОПНОГО УПРУГОГО ЦИЛИНДРА ПРИ СТАЦИОНАРНОМ  
ТЕПЛОВОМ ВОЗДЕЙСТВИИ

А. А. Аксенов, В. Б. Огарков, С. В. Малюков

ФГБОУ ВО «Воронежский государственный лесотехнический  
университет имени Г. Ф. Морозова»

E-mail: aaa-aksenov@mail.ru

Рассмотрим обобщенную плоскую деформацию изотропного упругого цилиндра при стационарном тепловом воздействии [1, 2, 3]:

$$r \frac{d\sigma_r}{dr} + \sigma_r - \sigma_\theta = 0; \quad (1)$$

$$E_r = \frac{du}{dr}; \quad E_\theta = \frac{u}{r}; \quad (2)$$

$$r \frac{dE_\theta}{dr} + E_\theta - E_r = C_1; \quad (3)$$

$$E_r = \frac{1}{E} [\sigma_r - \mu(\sigma_\theta + \sigma_z)] + \lambda T(r); \quad (4)$$

$$E_\theta = \frac{1}{E} [\sigma_\theta - \mu(\sigma_r + \sigma_z)] + \lambda T(r); \quad (5)$$

$$E_z = const = \frac{1}{E} [\sigma_z - \mu(\sigma_r + \sigma_\theta)] + \lambda T(r); \quad (6)$$

$$\sigma_z = E E_z + \mu(\sigma_r + \sigma_\theta) + \lambda E T(r); \quad (7)$$

Подставим формулу (7) в соотношения (4) и (5):

$$E_r = \frac{1}{E} [\sigma_r - \mu\sigma_\theta - \mu \{ E E_z + \mu(\sigma_r + \sigma_\theta) - \lambda E T(r) \}] + \lambda T; \quad (8)$$

$$E_r = \frac{1}{E} [\sigma_r - \mu^2\sigma_r - \mu\sigma_\theta - \mu^2\sigma_\theta - \mu E E_z + \lambda E \mu T] + \lambda T; \quad (9)$$

$$E_r = \frac{1}{E} [(1 - \mu^2)\sigma_r - \mu(1 + \mu)\sigma_\theta] - \mu E_z + \lambda(1 + \mu)T; \quad (10)$$

$$E_r = \frac{1+\mu}{E} [(1-\mu)\sigma_r - \mu\sigma_\theta] - \mu E_z + \lambda(1+\mu)T; \quad (11)$$

$$E_\theta = \frac{1+\mu}{E} [(1-\mu)\sigma_\theta - \mu\sigma_r] - \mu E_z + \lambda(1+\mu)T; \quad (12)$$

В случае полого цилиндра [1, 4, 5]:

$$T(r) = \frac{T^*}{\ln \frac{r_2}{r_1}} \ln \frac{r_2}{r} = \frac{T^*}{\ln \frac{r_2}{r_1}} \ln r_1 - \frac{T^*}{\ln \frac{r_2}{r_1}} \ln r; \quad (13)$$

Соотношения (11) и (12) примут вид:

$$E_r = \frac{1+\mu}{E} [(1-\mu)\sigma_r - \mu\sigma_\theta] - \mu E_z + \frac{\lambda(1+\mu)T^*}{\ln \frac{r_2}{r_1}} \ln r_2 - \frac{T^*}{\ln \frac{r_2}{r_1}} \ln r \quad (14)$$

$$E_\theta = \frac{1+\mu}{E} [(1-\mu)\sigma_\theta - \mu\sigma_r] - \mu E_z + \frac{\lambda(1+\mu)T^*}{\ln \frac{r_2}{r_1}} \ln r_2 - \frac{T^*}{\ln \frac{r_2}{r_1}} \ln r \quad (15)$$

$$E_\theta - E_r = \frac{1+\mu}{E} (\sigma_\theta - \sigma_r). \quad (16)$$

Уравнение совместности деформаций (3) примет следующий вид:

$$r \frac{d}{dr} \left\{ \frac{1+\mu}{E} [(1-\mu)\sigma_\theta - \mu\sigma_r] - \mu E_z + \frac{\lambda(1+\mu)T^*}{\ln \frac{r_2}{r_1}} \ln r_2 - \frac{\lambda(1+\mu)T^*}{\ln \frac{r_2}{r_1}} \ln r \right\} + \frac{1+\mu}{E} (\sigma_\theta - \sigma_r) = C_1. \quad (17)$$

$$r \left\{ \frac{1+\mu}{E} \left[ (1-\mu) \frac{d\sigma_\theta}{dr} - \mu \frac{d\sigma_r}{dr} \right] - \frac{\lambda(1+\mu)T^*}{\ln \frac{r_2}{r_1} \cdot r} \right\} + \frac{1+\mu}{E} (\sigma_\theta - \sigma_r) = C_1. \quad (18)$$

$$r \left\{ (1-\mu) \frac{d\sigma_\theta}{dr} - \mu \frac{d\sigma_r}{dr} \right\} - \frac{\lambda ET^*}{\ln \frac{r_2}{r_1}} + (\sigma_\theta - \sigma_r) = \frac{EC_1}{1+\mu} = . \quad (19)$$

$$r(1-\mu) \frac{d\sigma_\theta}{dr} - r\mu \frac{d\sigma_r}{dr} + (\sigma_\theta - \sigma_r) = \frac{EC_1}{1+\mu} + \frac{\lambda ET^*}{\ln \frac{r_2}{r_1}}. \quad (20)$$

$$(\sigma_\theta - \sigma_r) = r \frac{d\sigma_r}{dr}. \quad (21)$$

$$r(1-\mu) \frac{d\sigma_\theta}{dr} - r\mu \frac{d\sigma_r}{dr} + r \frac{d\sigma_r}{dr} = \frac{EC_1}{1+\mu} + \frac{\lambda ET^*}{\ln \frac{r_2}{r_1}}. \quad (22)$$

$$\frac{d\sigma_\theta}{dr} + \frac{d\sigma_r}{dr} = \frac{EC_1}{(1-\mu^2)r} + \frac{\lambda ET^*}{(1-\mu)r \ln \frac{r_2}{r_1}}. \quad (23)$$

$$\sigma_\theta + \sigma_r = \frac{EC_1}{(1-\mu^2)} \ln r + \frac{\lambda ET^*}{(1-\mu) \ln \frac{r_2}{r_1}} \ln r + C_2. \quad (24)$$

$$r \frac{d\sigma_r}{dr} + 2\sigma_r = \sigma_\theta + \sigma_r. \quad (25)$$

$$r \frac{d\sigma_r}{dr} + 2\sigma_r = \frac{EC_1}{(1-\mu^2)} \ln r + \frac{\lambda ET^*}{(1-\mu) \ln \frac{r_2}{r_1}} \ln r + C_2. \quad (26)$$

$$\frac{d}{dr}(r^2 \sigma_r) = \frac{EC_1}{(1-\mu^2)} r \ln r + \frac{\lambda ET^*}{(1-\mu) \ln \frac{r_2}{r_1}} r \ln r + C_2 r. \quad (27)$$

$$(r^2 \sigma_r) = \frac{EC_1}{(1-\mu^2)} \left[ \frac{r^2}{2} \ln r - \frac{r^2}{4} \right] + \frac{\lambda ET^*}{(1-\mu) \ln \frac{r_2}{r_1}} \left[ \frac{r^2}{2} \ln r - \frac{r^2}{4} \right] + \frac{C_2}{2} r^2 + C_3. \quad (28)$$

$$\sigma_r = \frac{EC_1}{2(1-\mu^2)} \left[ \ln r - \frac{1}{2} \right] + \frac{\lambda ET^*}{2(1-\mu) \ln \frac{r_2}{r_1}} \left[ \ln r - \frac{1}{2} \right] + \frac{C_2}{2} + \frac{C_3}{r^2}. \quad (29)$$

$$\sigma_r = \frac{EC_1}{2(1-\mu^2)} \ln r + \frac{\lambda ET^*}{2(1-\mu) \ln \frac{r_2}{r_1}} \ln r - \frac{EC_1}{4(1-\mu^2)} - \frac{\lambda ET^*}{4(1-\mu) \ln \frac{r_2}{r_1}} + \frac{C_2}{2} + \frac{C_3}{r^2}. \quad (30)$$

$$\sigma_\theta = -\sigma_r + \frac{EC_1}{(1-\mu^2)} \ln r + \frac{\lambda ET^*}{(1-\mu) \ln \frac{r_2}{r_1}} \ln r + C_2. \quad (31)$$

$$\sigma_{\theta} = \frac{EC_1}{(1-\mu^2)} \ln r + \frac{\lambda ET^*}{(1-\mu) \ln \frac{r_2}{r_1}} \ln r + C_2 - \frac{EC_1}{2(1-\mu^2)} \ln r -$$

$$- \frac{\lambda ET^*}{2(1-\mu) \ln \frac{r_2}{r_1}} \ln r + \frac{EC_1}{4(1-\mu^2)} + \frac{\lambda ET^*}{4(1-\mu) \ln \frac{r_2}{r_1}} - \frac{C_2}{2} - \frac{C_3}{r^2}. \quad (32)$$

$$\sigma_{\theta} = \frac{EC_1}{2(1-\mu^2)} \ln r + \frac{\lambda ET^*}{2(1-\mu) \ln \frac{r_2}{r_1}} \ln r + \frac{EC_1}{4(1-\mu^2)} + \frac{\lambda ET^*}{4(1-\mu) \ln \frac{r_2}{r_1}} + \frac{C_2}{2} - \frac{C_3}{r^2}. \quad (33)$$

Подставим напряжения  $\sigma_r$  и  $\sigma_{\theta}$  в закон Гука (14) и (15):

$$E_r = \frac{1+\mu}{E} \left[ \frac{(1-2\mu)EC_1}{2(1-\mu^2)} \ln r + \frac{(1-2\mu)\lambda ET^*}{2(1-\mu) \ln \frac{r_2}{r_1}} \ln r + \frac{EC_1}{4(1-\mu^2)} - \frac{\lambda ET^*}{4(1-\mu) \ln \frac{r_2}{r_1}} + \frac{C_2}{2} + \frac{C_3}{r^2} \right] -$$

$$- \mu E_z + \frac{\lambda(1+\mu)T^*}{\ln \frac{r_2}{r_1}} - \frac{\lambda(1+\mu)T^*}{\ln \frac{r_2}{r_1}} \ln r \quad (34)$$

$$E_{\theta} = \frac{1+\mu}{E} \left[ \frac{(1-2\mu)EC_1}{2(1-\mu^2)} \ln r + \frac{(1-2\mu)\lambda ET^*}{2(1-\mu) \ln \frac{r_2}{r_1}} \ln r + \frac{EC_1}{4(1-\mu^2)} + \frac{\lambda ET^*}{4(1-\mu) \ln \frac{r_2}{r_1}} + \frac{C_2}{2} - \frac{C_3}{r^2} \right] -$$

$$- \mu E_z + \frac{\lambda(1+\mu)T^*}{\ln \frac{r_2}{r_1}} - \frac{\lambda(1+\mu)T^*}{\ln \frac{r_2}{r_1}} \ln r \quad (35)$$

Используя соотношения Коши (2):

$$\frac{du}{dr} = \frac{1+\mu}{E} \left[ \frac{(1-2\mu)EC_1}{2(1-\mu^2)} \ln r + \frac{(1-2\mu)\lambda ET^*}{2(1-\mu) \ln \frac{r_2}{r_1}} \ln r + \frac{EC_1}{4(1-\mu^2)} - \frac{\lambda ET^*}{4(1-\mu) \ln \frac{r_2}{r_1}} + \frac{C_2}{2} + \frac{C_3}{r^2} \right] -$$

$$- \mu E_z + \frac{\lambda(1+\mu)T^*}{\ln \frac{r_2}{r_1}} - \frac{\lambda(1+\mu)T^*}{\ln \frac{r_2}{r_1}} \ln r \quad (36)$$

$$\frac{u}{r} = \frac{1+\mu}{E} \left[ \frac{(1-2\mu)EC_1}{2(1-\mu^2)} \ln r + \frac{(1-2\mu)\lambda ET^*}{2(1-\mu) \ln \frac{r_2}{r_1}} \ln r + \frac{EC_1}{4(1-\mu^2)} + \frac{\lambda ET^*}{4(1-\mu) \ln \frac{r_2}{r_1}} + \frac{C_2}{2} - \frac{C_3}{r^2} \right] - \mu E_z + \frac{\lambda(1+\mu)T^*}{\ln \frac{r_2}{r_1}} - \frac{\lambda(1+\mu)T^*}{\ln \frac{r_2}{r_1}} \ln r \quad (37)$$

$$u_0 = \frac{1+\mu}{E} \left[ \frac{(1-2\mu)EC_1}{2(1-\mu^2)} r \ln r + \frac{(1-2\mu)\lambda ET^*}{2(1-\mu) \ln \frac{r_2}{r_1}} r \ln r + \frac{EC_1 \cdot r}{4(1-\mu^2)} + \frac{\lambda ET^* r}{4(1-\mu) \ln \frac{r_2}{r_1}} + \frac{C_2}{2} r - \frac{C_3}{r} \right] - \mu E_z r + \frac{\lambda(1+\mu)T^* r}{\ln \frac{r_2}{r_1}} - \frac{\lambda(1+\mu)T^*}{\ln \frac{r_2}{r_1}} r \ln r \quad (38)$$

$$u_z = \frac{1+\mu}{E} \left[ \frac{(1-2\mu)EC_1}{2(1-\mu^2)} [r \ln r - r] + \frac{(1-2\mu)\lambda ET^*}{2(1-\mu) \ln \frac{r_2}{r_1}} [r \ln r - r] + \frac{EC_1 r}{4(1-\mu^2)} - \frac{\lambda ET^* r}{4(1-\mu) \ln \frac{r_2}{r_1}} + \frac{C_2}{2} r - \frac{C_3}{r} \right] - \mu E_z r + \frac{\lambda(1+\mu)T^* r}{\ln \frac{r_2}{r_1}} - \frac{\lambda(1+\mu)T^*}{\ln \frac{r_2}{r_1}} [r \ln r - r]. \quad (39)$$

Приравняем перемещения  $u_z$  и  $u_0$ :  $u_z = u_0$

$$\frac{1+\mu}{E} \left[ \frac{(1-2\mu)EC_1}{2(1-\mu^2)} [r \ln r - r] + \frac{(1-2\mu)\lambda ET^*}{2(1-\mu) \ln \frac{r_2}{r_1}} [r \ln r - r] + \frac{EC_1 r}{4(1-\mu^2)} - \frac{\lambda ET^* r}{4(1-\mu) \ln \frac{r_2}{r_1}} + \frac{C_2}{2} r - \frac{C_3}{r} \right] - \mu E_z r + \frac{\lambda(1+\mu)T^* r}{\ln \frac{r_2}{r_1}} - \frac{\lambda(1+\mu)T^*}{\ln \frac{r_2}{r_1}} [r \ln r - r] =$$

$$= \frac{1+\mu}{E} \left[ \frac{(1-2\mu)EC_1}{2(1-\mu^2)} r \ln r + \frac{(1-2\mu)\lambda ET^*}{2(1-\mu) \ln \frac{r_2}{r_1}} r \ln r + \frac{EC_1 r}{4(1-\mu^2)} + \frac{\lambda ET^* r}{4(1-\mu) \ln \frac{r_2}{r_1}} + \frac{C_2}{2} r - \frac{C_3}{r} \right] - \mu E_z r + \frac{\lambda(1+\mu)T^* r}{\ln \frac{r_2}{r_1}} - \frac{\lambda(1+\mu)T^*}{\ln \frac{r_2}{r_1}} r \ln r \quad (40)$$

Из предыдущего соотношения получим:

$$\frac{(1-2\mu)}{2(1-\mu)} C_1 r = -\frac{(1+\mu)(1-2\mu)\lambda T^* r}{2(1-\mu)\ln\frac{r_2}{r_1}} + \frac{\lambda(1+\mu)T^* r}{\ln\frac{r_2}{r_1}} - \frac{\lambda(1+\mu)T^* r}{4(1-\mu)\ln\frac{r_2}{r_1}}. \quad (41)$$

Окончательно будем иметь:

$$C_1 = \frac{(1+\mu)\lambda T^*}{2(1-2\mu)\ln\frac{r_2}{r_1}}. \quad (42)$$

Рассмотрим полый цилиндр с днищем [1, 5, 6]

$$2\pi \int_{r_1}^{r_2} r \sigma_z dr = N. \quad (42)$$

где  $N$  – заданное осевое усилие.

Формула (7) примет такой вид:

$$\sigma_z = E E_z + \mu(\sigma_r + \sigma_\theta) + \lambda E T(r); \quad (43)$$

$$\sigma_z = E E_z + \mu(\sigma_r + \sigma_\theta) + \lambda E \left[ \frac{T^*}{\ln\frac{r_2}{r_1}} \ln r_1 - \frac{T^*}{\ln\frac{r_2}{r_1}} \ln r \right]; \quad (44)$$

$$\sigma_\theta + \sigma_r = C_2 + \frac{E C_1}{(1-\mu^2)} \ln r + \frac{\lambda E T^*}{(1-\mu)\ln\frac{r_2}{r_1}} \ln r. \quad (45)$$

$$r(\sigma_\theta + \sigma_r) = C_2 r + \frac{E C_1}{(1-\mu^2)} r \ln r + \frac{\lambda E T^*}{(1-\mu)\ln\frac{r_2}{r_1}} r \ln r. \quad (46)$$

$$r\sigma_z = E E_z r + \mu C_2 r + \frac{\mu E C_1}{(1-\mu^2)} r \ln r + \frac{\mu \lambda E T^*}{(1-\mu)\ln\frac{r_2}{r_1}} r \ln r + \frac{\lambda E T^*}{\ln\frac{r_2}{r_1}} \ln r_1 \cdot r - \frac{\lambda E T^*}{\ln\frac{r_2}{r_1}} r \ln r. \quad (47)$$

$$\int_{r_1}^{r_2} r \sigma_z dr = \frac{N}{2\pi}. \quad (48)$$

$$\int_{r_1}^{r_2} \left[ E E_z r + \mu C_2 r + \frac{\mu E C_1}{(1-\mu^2)} r \ln r + \frac{\mu \lambda E T^*}{(1-\mu) \ln \frac{r_2}{r_1}} r \ln r + \frac{\lambda E T^*}{\ln \frac{r_2}{r_1}} \ln r_1 \cdot r - \frac{\lambda E T^*}{\ln \frac{r_2}{r_1}} r \ln r \right] dr = \frac{N}{2\pi}. \quad (49)$$

$$\begin{aligned} & \frac{E E_z}{2} (r_2^2 - r_1^2) + \frac{\mu C_2}{2} (r_2^2 - r_1^2) + \frac{\mu E C_1}{(1-\mu^2)} \left[ \frac{r^2}{2} \ln r - \frac{r^2}{4} \right] \Big|_{r_1}^{r_2} - \frac{\lambda E T^*}{\ln \frac{r_2}{r_1}} \left[ \frac{r^2}{2} \ln r - \frac{r^2}{4} \right] \Big|_{r_1}^{r_2} + \\ & + \frac{\mu \lambda E T^*}{(1-\mu) \ln \frac{r_2}{r_1}} \left[ \frac{r^2}{2} \ln r - \frac{r^2}{4} \right] \Big|_{r_1}^{r_2} + \frac{\lambda E T^*}{\ln \frac{r_2}{r_1}} \ln r_1 \left[ \frac{r^2}{2} \ln r - \frac{r^2}{4} \right] \Big|_{r_1}^{r_2} = \frac{N}{2\pi}. \end{aligned} \quad (50)$$

$$\begin{aligned} & \frac{E E_z}{2} (r_2^2 - r_1^2) + \frac{\mu C_2}{2} (r_2^2 - r_1^2) + \frac{\mu E C_1}{2(1-\mu^2)} \left[ r_2^2 \ln r_2 - r_1^2 \ln r_1 + \frac{1}{2} (r_1^2 - r_2^2) \right] - \frac{\lambda E T^*}{2 \ln \frac{r_2}{r_1}} \cdot \\ & \cdot \left[ r_2^2 \ln r_2 - r_1^2 \ln r_1 + \frac{1}{2} (r_1^2 - r_2^2) \right] + \frac{\mu \lambda E T^*}{2(1-\mu) \ln \frac{r_2}{r_1}} \left[ r_2^2 \ln r_2 - r_1^2 \ln r_1 + \frac{1}{2} (r_1^2 - r_2^2) \right] + \frac{\lambda E T^*}{\ln \frac{r_2}{r_1}} \ln r_1 \cdot \\ & \cdot \left[ r_2^2 \ln r_2 - r_1^2 \ln r_1 + r_1 - r_2 \right] = \frac{N}{2\pi}. \end{aligned} \quad (51)$$

$$\begin{aligned} & \frac{E E_z}{2} (r_2^2 - r_1^2) = \frac{N}{2\pi} - \frac{\mu C_2}{2} (r_2^2 - r_1^2) - \frac{\mu E C_1}{2(1-\mu^2)} \left[ r_2^2 \ln r_2 - r_1^2 \ln r_1 + \frac{1}{2} (r_1^2 - r_2^2) \right] + \frac{\lambda E T^*}{2 \ln \frac{r_2}{r_1}} \cdot \\ & \cdot \left[ r_2^2 \ln r_2 - r_1^2 \ln r_1 + \frac{1}{2} (r_1^2 - r_2^2) \right] - \frac{\mu \lambda E T^*}{2(1-\mu) \ln \frac{r_2}{r_1}} \left[ r_2^2 \ln r_2 - r_1^2 \ln r_1 + \frac{1}{2} (r_1^2 - r_2^2) \right] - \frac{\lambda E T^*}{\ln \frac{r_2}{r_1}} \ln r_1 \cdot \\ & \cdot \left[ r_2^2 \ln r_2 - r_1^2 \ln r_1 + r_1 - r_2 \right]. \end{aligned} \quad (52)$$

$$\begin{aligned} E_z = & \frac{2}{E(r_2^2 - r_1^2)} \left\{ \frac{N}{2\pi} - \frac{\mu C_2}{2} (r_2^2 - r_1^2) - \frac{\mu E C_1}{2(1-\mu^2)} \left[ r_2^2 \ln r_2 - r_1^2 \ln r_1 + \frac{1}{2} (r_1^2 - r_2^2) \right] + \frac{\lambda E T^*}{2 \ln \frac{r_2}{r_1}} \cdot \right. \\ & \cdot \left[ r_2^2 \ln r_2 - r_1^2 \ln r_1 + \frac{1}{2} (r_1^2 - r_2^2) \right] - \frac{\mu \lambda E T^*}{2(1-\mu) \ln \frac{r_2}{r_1}} \left[ r_2^2 \ln r_2 - r_1^2 \ln r_1 + \frac{1}{2} (r_1^2 - r_2^2) \right] - \\ & \left. - \frac{\lambda E T^*}{\ln \frac{r_2}{r_1}} \ln r_1 \left[ r_2^2 \ln r_2 - r_1^2 \ln r_1 + r_1 - r_2 \right] \right\}. \end{aligned} \quad (53)$$

Используем граничные условия:

$$\sigma_r(r=r_1) = -p; \quad \sigma_r(r=r_2) = -q; \quad (54)$$

Воспользуемся соотношением (30):

$$\frac{EC_1}{2(1-\mu^2)} \ln r_1 + \frac{\lambda ET^*}{2(1-\mu) \ln \frac{r_2}{r_1}} \ln r_1 - \frac{EC_1}{4(1-\mu^2)} - \frac{\lambda ET^*}{4(1-\mu) \ln \frac{r_2}{r_1}} + \frac{C_2}{2} + \frac{C_3}{r_1^2} = -p. \quad (55)$$

$$\frac{EC_1}{2(1-\mu^2)} \ln r_2 + \frac{\lambda ET^*}{2(1-\mu) \ln \frac{r_2}{r_1}} \ln r_2 - \frac{EC_1}{4(1-\mu^2)} - \frac{\lambda ET^*}{4(1-\mu) \ln \frac{r_2}{r_1}} + \frac{C_2}{2} + \frac{C_3}{r_2^2} = -q. \quad (56)$$

Вычтем из соотношения (56) формулу (55):

$$p - q = C_3 \left( \frac{1}{r_2^2} - \frac{1}{r_1^2} \right) + \frac{EC_1}{2(1-\mu^2)} \ln \frac{r_2}{r_1} + \frac{\lambda ET^*}{2(1-\mu) \ln \frac{r_2}{r_1}} \ln \frac{r_2}{r_1}. \quad (57)$$

$$C_3 \left( \frac{1}{r_2^2} - \frac{1}{r_1^2} \right) = p - q - \frac{EC_1}{2(1-\mu^2)} \ln \frac{r_2}{r_1} - \frac{\lambda ET^*}{(1-\mu)}. \quad (58)$$

$$C_3 = \frac{r_1^2 r_2^2}{(r_1^2 - r_2^2)} \left[ p - q - \frac{EC_1}{2(1-\mu^2)} \ln \frac{r_2}{r_1} - \frac{\lambda ET^*}{(1-\mu)} \right]. \quad (59)$$

Коэффициент  $C_2$  найдем из соотношения (55):

$$\frac{C_2}{2} = -p - \frac{C_3}{r_1^2} + \frac{\lambda ET^*}{4(1-\mu) \ln \frac{r_2}{r_1}} + \frac{EC_1}{4(1-\mu^2)} - \frac{EC_1}{2(1-\mu^2)} \ln r_1 - \frac{\lambda ET^*}{2(1-\mu) \ln \frac{r_2}{r_1}} \ln r_1. \quad (60)$$

Полученное в данной работе новое решение содержит три константы  $C_1$ ,  $C_2$  и  $C_3$  в отличие от решения, полученного в учебнике [1], которое содержит только две константы интегрирования  $C_1$  и  $C_2$ , что существенно уточняет расчеты.

#### Библиографический список

1 Писаренко, Г. С. Сопротивление материалов [Текст] : учеб. / Г. С. Писаренко. – Киев, 1979. – 696 с.

2 Аксенов, А. А. Расчет напряженно-деформированного состояния упругого цилиндра из несжимаемого материала в условиях теплового воздействия [Текст] / А. А. Аксенов, В. Б. Огарков, С. В. Малюков // Воронежский научно-технический Вестник. – 2016. – Т. 4. – № 4 (18). – С. 35-40.

3 Феодосьев, В. И. Сопротивление материалов [Текст] : учеб. для вузов / В. И. Феодосьев. – 10-е издание, перераб. и доп. – М. : Изд-во МГТУ им. Н. Э. Баумана, 1999. – 592 с.

4 Тимошенко, С. П. Теория упругости [Текст] : учеб. / С. П. Тимошенко, Дж. Гудьер. – М. : Наука, 1975. – 576 с.

5 Горшков, А. Г. Сопротивление материалов [Текст] : учеб. пособ / А. Г. Горшков, В. Н. Трошин, В. И. Шалашилин. – 2-е издание испр. – М. : ФИЗМАТЛИТ, 2005. – 544 с.

6 Кучерявый, В. И. Теория упругости [Текст] : учеб. пособие / В. И. Кучерявый. – Ухта : УГТУ, 2011. – 126 с.