УДК 656*4

ЭКОНОМИКО-МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ЗАДАЧИ СОВЕРШЕНСТВОВАНИЯ ДОРОЖНОЙ СЕТИ НА УРОВНЕ РЕГИОНА

Иванников В. А.[1], Сушков С. И.[1], Болотских Л. В.[2], Каратаева Т. В.[2]
[1]ФГБОУ ВО «Воронежский государственный лесотехнический университет им. Г. Ф. Морозова»
[2]ФГБОУ ВО «Воронежский государственный технический университет»
E-mail: s.i.sushkov@mail.ru

Развитие сети ведомственных и местных автомобильных дорог зависит от многих факторов выявить степень влияния, которых можно, исследовав сеть с помощью математических моделей. Моделью дорожной сети называется такая система, которая отображает важные связи на множестве важных элементов исходной системы дорог. В модели формализовано, в виде системы уравнений отражается процесс строительства данных дорог. Подставляя с помощью метода перебора в модель значения переменных величин, находят вариант развития дорожной сети, который будет отражать экстремумом избранного критерия оптимальности. Количество вариантов построения дорожной сети может быть велико, и, следовательно, нельзя говорить об оптимизации, без реализации их на ЭВМ. Решение, в котором найден экстремум целевой функции, будет оптимальным [1].

Целью задачи оптимизации дорожной сети является определение ее состояния на расчетный период при соблюдении соответствующих технических норм. При этом сохраняется саморегуляция транспортных потоков, вызываемая изменением состояния дорожной сети из-за включения или исключения определенных ее звеньев.

В большинстве постановок, предложенных для решения задачи оптимизации дорожной сети, присутствует элемент экономического риска. Избежать этого можно, проектируя оптимальную дорожную сеть с помощью "строгих" математических методов, гарантирующих нахождение оптимального решения при заданных ограничениях.

Поскольку дорожная сеть относительно небольшой территории соединяет, как правило, несколько десятков грузообразующих точек для построения в них оптимальной сети можно использовать стандартные программы для реше-

ния общей задачи линейного программирования с помощью симплекс-метода.

В общем виде задача линейного программирования может быть сформулирована следующим образом: необходимо найти минимум или максимум целевой функции вида:

$$F = \sum_{j=1}^{n} c_j x_j \qquad (1)$$

где c_j – коэффициент при искомых переменных; x_j – переменные (неизвестные), определяемые в процессе решения задачи.

Экономико-математическую модель нельзя решить лишь на основе выбора критерия оптимальности и формализации его с помощью целевой функции. Не менее важным является выбор ограничений модели, так как они и критерий оптимальности находятся во взаимной связи[2]. На целевую функцию накладываются ограничения, которые можно представить как:

$$\sum_{j=1}^{n} a_{ij} x_j = b_i; \quad i = \overline{1,m}. \qquad (2)$$

где c_{ij} – норматив расхода i вида ресурса на единицу переменной; b_i – величина ресурса i вида.

Экономико-математическая модель совершенствования сети дорог учитывает все наиболее важные показатели территориального развития сети - характеристики начертания и конфигурацию дорог, обеспеченность, транспортную доступность - в сочетании со спецификой производства и социальными факторами. Функциональные задачи включают связанные с освоением заданного объема перевозок затраты на строительство, реконструкцию, ремонт и содержание дорог, транспортные расходы, экономию от предотвращенных в результате строительства дорог потерь от бездорожья на транспорте, в производстве, в социальной сфере. Целевой функцией задачи является минимизация суммарных приведенных затрат:

$$F = \sum_{p=1}^{1} \sum_{i=1}^{m} \sum_{j=1}^{n} (C_{kpij} + C_{rpij} + C_{tpij} + \Delta C_{npij}) \cdot X_{pij} \to \min. \qquad (3)$$

где C_{kpij} – удельные на 1 тыс. тонн грузов приведенные затраты на строительство дороги на p участке, связывающем i поставщика с j потребителем; C_{rpij} – удельные на 1 тыс. тонн грузов приведенные затраты на ремонт и содержание

дороги на p участке, связывающем i поставщика с j потребителем; C_{tpij} – удельные на 1 тыс. тонн грузов приведенные затраты на перевозку грузов на p участке, связывающем i поставщика с j потребителем; C_{npij} – удельная на 1 тыс. тонн грузов экономия на p участке от предотвращенных в результате строительства дорог потерь в народном хозяйстве: принимается со знаком "минус", поскольку это эффект, а не затраты, учитываемые в целевой функции при определении величины критерия оптимальности; X_{pij} – объем грузов, перевозимых по участку p, связывающему i поставщика с j потребителем, тыс. тонн.

Введем следующие ограничения:

1 Все грузы поставщиков вывезены:

$$\sum_{p=1}^{1}\sum_{i=1}^{n} X_{pij} = A_i; \quad i = \overline{1,m} \quad , \tag{4}$$

где A_i – объем грузов у i поставщика.

2 Все потребители обеспечены грузами:

$$\sum_{p=1}^{1}\sum_{i=1}^{m} X_{pij} = B_j; \quad j = \overline{1,m} \quad , \tag{5}$$

где B_j – объем грузов у j потребителя.

3 Потребители, не являющиеся конечными пунктами сети, обеспечивают транзитные перевозки:

$$\sum_{p=1}^{1}\sum_{i=1}^{m} X_{pij} - \sum_{p=1}^{1}\sum_{i=1}^{m} X_{pjjr} = B_{jr}; \quad j_r = \overline{1,m} \quad , \tag{6}$$

где B_{jr} – объем грузов, получаемых пунктом jr.

Здесь первое слагаемое определяет сумму грузов, прибывающих в пункт jr, а второе слагаемое определяет сумму грузов, отправляемых из пункта jr.

4 В транзитных точках обеспечен баланс между прибытием и отправлением грузов:

$$\sum_{p=1}^{1t}\sum_{i=1}^{m} X_{pijt} - \sum_{p=1}^{1t}\sum_{i=1}^{n} X_{pjjt} = 0; \quad j_t = \overline{1,nt} \quad . \tag{7}$$

Число таких ограничений равно числу транзитных пунктов сети.

5 По некоторым участкам сети автодорог возможно задание фиксированной величины перевозок:

$$X_{рфij} = A_{рф}; \quad рф = \overline{1, Lф} \ . \tag{8}$$

Из анализа целевой функции видно, что суммарные приведенные затраты слагаются из единовременных и текущих затрат по всем участкам сети. При этом в пределах категории дорог текущие затраты (транспортные и эксплуатационные) на перевозку грузов, ремонт и содержание дорог, экономию от предотвращенных потерь можно считать пропорциональными объемам перевозимых грузов, а затраты единовременные (на строительство и реконструкцию дорог) не зависящими от объемов перевозимых грузов. Поэтому единовременные затраты можно считать дискретными, зависящими от категории строящейся дороги. Их величина определяется по аналогам, по нормативам удельных капитальных вложений с учетом рельефа местности, числа искусственных сооружений, стоимости занимаемых земель и т. д.

Задачи такого класса, в которых затраты непропорционально зависят от объемов перевозимых грузов, называют неоднородными транспортными задачами. Для решения таких задач предложен метод, заключающийся в сведении их к классической транспортной задаче заменой непропорциональных затрат на пропорциональные и решения задач за несколько итераций. При этом на первой итерации удельные затраты определяют исходя из всего возможного объема перевозок по каждому участку. В результате решения задачи получают оптимальное распределение перевозимых грузов по участкам сети. На следующей итерации при определении удельных приведенных затрат учитывают объем перевозок по участку, полученному в результате решения на предшествующей итерации. Если объем перевозок на участке равен нулю, то за величину удельных затрат принимают заведомо большое число. Итерационный процесс продолжают до тех пор, пока решения на двух итерациях будут достаточно близкими или равными друг другу:

$$|F_{i+1} - F_1| \le E, \tag{9}$$

где F_{i+1}-F_1 – значение целевой функции на i+1 и i итерации; E – точность решения.

Исходя из структуры целевой функции и ограничений, полученную экономико-математическую модель можно определить как неоднородную транспортную задачу с промежуточными пунктами.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1 Бурмистрова, О. Н. К вопросу соответствия дорожной отрасли современному уровню научно-технического прогресса [Текс] / Сборник научных трудов: материалы научно-практической конференции (15-18 апреля 2008 г.) в 2 ч. Ч. 1, под ред. Н. Д. Цхадая. – УГТУ, 2008. – 467 с.

2 Сушков, С. И. Экспериментальное сравнение двух конструкций дорожных одежд с применением георешеток, устраиваемых на склонах лесовозных дорог, в основании которых водонасыщенный глинистый грунт [Текст] / С. И. Сушков, А. С. Сергеев // Лесотехнический журнал. – 2017. – Т.7, № 1 (25) – С. 126-136. DOI: 12737/25203.