

УДК 656.132

МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ РАБОТЫ ПАССАЖИРСКОГО  
АВТОТРАНСПОРТА

Белокуров В.П., Бусарин Э.Н., Авдеев Г.А., Очертяный Н.М., Булгаков К.В.

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение  
высшего образования «Воронежский государственный лесотехнический  
университет им. Г.Ф. Морозова»

E-mail: [opbd\\_vglta@mail.ru](mailto:opbd_vglta@mail.ru)

**Аннотация:** Задача повышения социально-экономической эффективности пассажирских перевозок на улично-дорожной сети городов является оптимизационной и должна решаться в совокупности с вопросом выбора количества и типа подвижного состава на каждом конкретном маршруте. Рассмотрены вопросы моделирования и оптимального управления пассажирскими автоперевозками. Количество автотранспорта, необходимого на конкретном маршруте в течение рабочего дня по типу и классам подвижного состава, возможно определить при использовании линейного и динамического программирования.

**Ключевые слова:** транспортная система, пассажирские перевозки, маршрутный автотранспорт, маршрут движения, качество перевозок пассажиров.

MATHEMATICAL SIMULATION OF THE WORK OF PASSENGER  
AUTOMOBILE TRANSPORT

Belokurov V.P., Busarin E.N., Avdeev G.A., Ocheretyany N.M., Bulgakov K.V.

Federal State Budget Educational Institution of Higher Education «Voronezh State  
University of Forestry and Technologies named after G.F. Morozov»

E-mail: [opbd\\_vglta@mail.ru](mailto:opbd_vglta@mail.ru)

**Summary:** The task of improving the socio-economic efficiency of passenger traffic on the road network of cities is the task of optimization. It should be solved with taking into account the choice of the number and type of rolling stock on each particular route. The problems of modeling and optimal management of passenger transportation by road are considered. The linear and dynamic programming can be used for determination of vehicles number that is needed for a particular route during the working day by type and classes of rolling stock.

**Keywords:** transport system, passenger transportation, route vehicles, route, quality of passenger transportation.

В настоящее время в развитии технологий управления автотранспортными процессами перевозки пассажиров наиболее актуальными являются модели принятия решения, особенно в условиях неопределенности и наличия конфликта. Это в первую очередь связано с тем, что исследуемые системы характеризуются достаточно большим количеством присущих им признаков, которые в процессе функционирования вступают в сложные зависимости между собой и описываются моделями многокритериальной оптимизации.

В статье рассмотрена формализация процесса организации пассажирских перевозок в городских агломерациях.

Задача перевозки пассажиров в пределах городских агломераций является составной частью и важнейшим звеном автоматизированной системы оптимального планирования и управления пассажирским автотранспортом. Для описания модели перевозки пассажиров необходимо установить целесообразный уровень ориентирования условий транспортного процесса.

Повышение социально-экономической эффективности пассажирских перевозок должно проводиться в соответствии с выбором количества и типа пассажирского автотранспорта на каждом конкретном маршруте. Это является важнейшим условием для формирования маршрутной автотранспортной сети крупного города, а также её корректировки при застройках районов города и, соответственно, при изменении пассажиропотоков [1, 2].

Количество автотранспорта, необходимого на конкретном маршруте в течение рабочего или выходного дня по классам подвижного состава (его вместимости), возможно определить, используя симплексный метод решения задач линейного программирования с дополнительными базисными переменными. Поскольку количество автотранспорта не может быть дробным, то данная задача относится к задачам целочисленного программирования. В качестве функции цели наиболее целесообразно принять функцию минимизации затрат на маршруте [3, 4]:

$$F(x) = \sum C_n x_n, \quad (1)$$

где  $C_1, C_2, \dots, C_n$  – финансовые затраты при эксплуатации определенного типа автомобильного пассажирского автотранспорта;  $x_1, x_2, \dots, x_n$  – переменные, отражающие количество пассажирского автотранспорта определенного типа.

Необходимое минимальное значение количества пассажирского автотранспорта, на маршруте определяется исходя из максимального пассажиропотока, и имеет вид следующего ограничения:

$$x_1 + x_2 + \dots + x_m \geq [N]. \quad (2)$$

Тип пассажирского автотранспорта определяется с учетом возможности перевозчика, т.е. [5, 6]:

$$\begin{aligned} x_1 &\leq N_1, \\ x_2 &\leq N_2, \\ &\dots \\ x_m &\leq N_m. \end{aligned} \quad (3)$$

Количество пассажирского автотранспорта на маршруте обязательно зависит от максимально возможного пассажиропотока, который необходимо обслужить:

$$n_1x_1 + n_2x_2 + \dots + n_mx_m \leq [Q], \quad (4)$$

где  $n_1, n_2, \dots, n_m$  – вместимость пассажирского автотранспорта, пасс.;  $[Q]$  – максимальный пассажиропоток.

Перевозка пассажиров неотъемлемо связано со снижением загрязнения окружающей среды от пассажирского автотранспорта. Экологические требования при этом к пассажирскому автотранспорту определяются по заданным значениям предельно допустимых концентраций токсических веществ от отработавших газов двигателей. Они также могут задаваться аналитически путем сравнения данных с учетом снижения выбросов вредных веществ на конкретном маршруте  $[B_m]$  по каждому типу автотранспортных средств. Неравенство в этом случае будет стремиться к минимизации линейной функции, то есть [7, 8]:

$$\sum B_1x_1 + \sum B_2x_2 + \dots + \sum B_mx_m \leq [\sum B]. \quad (5)$$

Функция цели при этом будет характеризовать минимальное значение прибыли с маршрута при использовании определенной (искомой) совокупности пассажирских автотранспортных средств. Согласно (1) она принимает вид:

$$F(x) = c_1x_1 + c_2x_2 + \dots + c_mx_m \rightarrow \min. \quad (6)$$

При этом вводится ещё одно ограничение, которое устанавливает, что затраты по перевозке пассажиров не должны превышать доходов:

$$F(x) = c_1x_1 + c_2x_2 + \dots + c_mx_m \rightarrow Z, \quad (7)$$

где  $Z$  – затраты по перевозке пассажиров, р.

Неравенство (8), как правило, удовлетворяется за счёт тарифной политики по перевозке пассажиров, подбором пассажирского автотранспорта по его

типам (вместимости и количеству), оптимизации маршрутной сети и т.д.

Таким образом, система линейных уравнений, характеризующих основные условия и требования к пассажирскому автотранспорту, имеет следующий вид:

$$\begin{aligned}
 F(x) &= c_1x_1 + c_2x_2 + \dots + c_mx_m \rightarrow \min, \\
 x_1 &\leq N_1, \\
 x_2 &\leq N_2, \\
 &\dots \\
 x_m &\leq N_m, \\
 B_1x_1 + B_2x_2 + \dots + B_mx_m &\leq [B], \\
 n_1x_1 + n_2x_2 + \dots + n_mx_m &\geq [Q], \\
 x_1 + x_2 + \dots + x_m &\geq [N], \\
 C_1x_1 + C_2x_2 + \dots + C_mx_m &\geq Z, \\
 x_1 &\geq 0, \\
 x_2 &\geq 0, \\
 &\dots \\
 x_m &\geq 0.
 \end{aligned} \tag{8}$$

Для решения задачи маршрутизации на основании исходных данных (транспортных единиц и их количества, пассажиропотока, тарифа транспортной сети и т.д.) необходимо сформировать множество оптимальных маршрутов, минимизирующих целевую функцию (7) при выполнении заданных ограничений (8).

Следует отметить, что рассматриваемая задача относится к классу экстремальных задач на сетях и усложнена набором ограничений. Одним из возможных путей её решения является направленный перебор всех возможных решений по схеме математического метода «ветвей и границ», где в качестве правил сокращения вариантов перебора лежит специальный эвристический принцип [9, 10].

При составлении уравнений полученной системы ограничения представляют собой предварительные расчеты того или иного фактора в зависимости от заданных условий. К примеру, если выбросы вредных веществ в атмосферу необходимо сократить в два раза, то соответствующее граничное условие должно отличаться от существующего среднего на маршруте в 2 раза. Кроме того, здесь необходим предварительный расчет выбросов вредных веществ, приходящихся в среднем на один пассажиро-километр. Аналогичным путем выбираются остальные показатели с учетом их использования на один пассажиро-километр.

Решение полученной задачи линейного программирования позволяет

определить конкретное количество автотранспортных средств и их марку на исследуемом городском маршруте, исходя из ограничений, предъявляемых к пассажирскому автотранспорту на пути их следования.

Результаты расчетов выбора оптимального количества автотранспортных средств по их типу показали увеличение производительности пассажирского автотранспорта с учетом условий сокращения их количества (на 1/3), снижения выбросов вредных веществ в атмосферу (в 2 раза), повышения прибыли с маршрута (на 10 %) и обеспечения социальных факторов (все пассажиры перевезены).

Необходимо отметить, что с течением времени происходит изменение некоторых статических и динамических параметров комплексных систем, поэтому представленную систему уравнений можно изменять, увеличивая количество соответствующих ограничений или сокращая их.

Вторым этапом процедуры формирования модели, как известно, является описание процессов, происходящих в выделенных подсистемах, то есть анализ построенной модели. Методы, которые можно здесь использовать, зависят от целей моделирования.

Однако, цели математического моделирования городских систем, как правило более широкие. Необходимо не только воспроизводить в моделях подсистему, но и моделировать внутренний механизм её функционирования. При формировании такой модели используются известные фундаментальные закономерности, которые формируются как правило в виде уравнений, например, функциональных дифференциальных, разностных, интегральных [11].

Многие подсистемы при моделировании в системах технологии транспортных процессов являются следствием экспериментального принципа. В этом случае при моделировании той или иной подсистемы транспортного процесса максимизируются или минимизируются некоторые критерии оптимальности. Эти критерии на заданном промежутке времени определяют траекторию системы и являются функционалами действия.

Функционал действия для городских подсистем может, например, задавать затраты: на оказание пассажирских транспортных услуг, на обеспечение экологической безопасности при эксплуатации пассажирского автотранспорта, на обеспечение безопасности транспортного процесса и т.д.

Таким образом, для моделирования городской автотранспортной системы необходимо рассматривать совокупность объектов определенного функционального назначения (подсистемы), расположенных на городской территории.

Взаимодействие между ними имеет различные аспекты. Один аспект реализуется через переменные населения по городскому пространству, что рассмотрено в начале статьи. Другой аспект связан с экономическим взаимодействием между городскими объектами. Третий – характеризуется энергетическими, информационными, экологическими, технологическими и другими связями.

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1 Белокуров, В. П. Оптимизация многоцелевых транспортных задач при использовании алгоритма анализа и отсева на итерациях поиска решений / В. П. Белокуров, С. В. Белокуров // Транспорт: наука, техника, управление : научный информационный сборник ; ВИНТИ РАН. – 2009. – № 6. – С. 2-4.

2 Белокуров, В. П. Принятие решений для эффективного управления транспортными системами на основе ситуаций выбора / В. П. Белокуров, С. В. Белокуров, С. В. Скрыль // Транспорт: наука, техника, управление : научный информационный сборник ; ВИНТИ РАН. – 2010. – № 2. – С. 6-12.

3 Белокуров, С. В. Модели управления автотранспортными потоками (на примере деятельности подразделений ГИБДД МВД России) / С. В. Белокуров, С. В. Скрыль. – Воронеж : Изд-во ВИ МВД России, 2011. – 265 с.

4 Barret, S. On choosing rationally when preferences are fuzzy / S. Barret // Fuzzy Sets and Systems. – 1990. – № 34. – P. 197-212.

5 Belokurov, V. Improving the efficiency of vehicles operation upon seasonal passenger transportation in cities of resort areas / V. Belokurov // Technology of Wheeled and Tracked Machines. – 2015. – № 3 (19). – P. 25-33.

6 Methods of Multi-Criteria Optimization in Problems of Simulation of Trucking Industry / S. V. Belokurov, V. P. Belokurov, V. K. Zolnikov, O. N. Cherkasov // Transportation Research Procedia. – 2017. – № 20. – P. 47-52.

7 Garavello, M. Traffic Flow on Networks (Applied Mathematics, Vol. 1) / M. Garavello, B. Piccoli. – American Institute of Mathematical Sciences, 2006. – 296 p.

8 Garrison, W. L. Tomorrow's transportation : changing cities, economies, and lives / W. L. Garrison, I. D. Ward. – Norwood : Artech House, 2000. – 316 p.

9 Göttlich, S. Model hierarchies and optimization for dynamic flows on networks / S. Göttlich, A. Klar. – Modeling and optimization of flows on networks. – Cetraro : C. I. M. E., 2009. – 150 p.

10 Hibbis, J. Transport policy : The myth of integrated planning / J. Hibbis. – London : The institute of economic affairs, 2000. – 111 p.

11 Shen, X. Mathematical modeling and multiobjective evolutionary algorithms applied to dynamic flexible job shop scheduling problems / X. Shen, X. Yao // Information Sciences. – 2015. – Vol. 298. – P. 198-224.